

# 基于空间调制的二维空时极化编码技术研究

周新宇<sup>1</sup>, 王远平<sup>1</sup>, 丘毓萍<sup>1</sup>, 谢肇鹏<sup>2\*</sup>, 蔡相明<sup>1</sup>, 柯跃前<sup>3</sup>, 陈平平<sup>1</sup>

(1. 福州大学物理与信息工程学院, 福建福州 350108; 2. 福州大学先进制造学院, 福建泉州 350116;

3. 泉州师范学院物理与信息工程学院, 福建泉州 362000)

**摘要:** 本文针对空间调制(Spatial Modulation, SM)短码编码系统的译码性能受限问题,提出了一种基于二维极化空时编码的空间调制(2D Polar-Coded SM, 2D-PC-SM)系统。不同于一维极化码空间调制(1D-PC-SM)方案仅在时间域编码,所提方案进一步引入空域编码,充分利用大规模天线阵列提供的空间维度,将信源信息在时间域和空间域联合编码生成二维码字矩阵,并通过空间调制映射完成传输,提升短码场景下的传输可靠性。在接收端,利用空时编码后空间调制符号的稀疏特性,提出了基于正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)和近似消息传递(Approximate Message Passing, AMP)的检测译码接收机。仿真结果表明,所提2D-PC-SM-AMP的译码性能距离最大似然(Maximum Likelihood, ML)接收机的一维编码系统小于0.1 dB。同时,相较于最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)检测,基于OMP和AMP的检测译码接收机大幅降低了计算复杂度,并取得2 dB的译码性能增益。

**关键词:** 空间调制;极化码;空时编码;稀疏性;压缩感知

**基金项目:** 国家自然科学基金(No.62571134);2025福州市科技揭榜挂帅项目(No.2025-ZD-020);福建省产学研专项(No.2024H6013)

中图分类号: TN911.22;TN911.3

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2026)03-1319-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI:10.12263/DZXB.20250841

## Research on Spatiotemporal 2-D Polarization Coding Technology Based on Spatial Modulation

ZHOU Xinyu<sup>1</sup>, WANG Yuanping<sup>1</sup>, QIU Yuping<sup>1</sup>, XIE Zhaopeng<sup>2\*</sup>, CAI Xiangming<sup>1</sup>, KE Yueqian<sup>3</sup>,  
CHEN Pingping<sup>1</sup>

(1. School of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China;

2. School of Advanced Manufacturing, Fuzhou University, Quanzhou, Fujian 350116, China;

3. School of Physics and Information Engineering, Quanzhou Normal University, Quanzhou, Fujian 362000, China)

**Abstract:** This paper addresses the limited decoding performance of spatial modulation (SM) systems with short codes, and proposes a two-dimensional polar-coded spatial modulation (2D-PC-SM) system based on two-dimensional polar space-time coding. Unlike the one-dimensional polar-coded spatial modulation (1D-PC-SM) scheme, which encodes only in the time domain, the proposed scheme further introduces spatial domain encoding to fully exploit the spatial dimensions provided by massive antenna arrays. Source information is jointly encoded in both the time domain and the spatial domain to generate a two-dimensional codeword matrix, which is then transmitted through spatial modulation mapping, thereby improving transmission reliability in short-code scenarios. At the receiver side, leveraging the sparsity of the spatial modulation symbols after space-time coding, detection and decoding receivers based on orthogonal matching pursuit (OMP) and approximate message passing (AMP) are proposed. Simulation results demonstrate that the decoding performance of the proposed 2D-PC-SM-AMP is within 0.1 dB of the one-dimensional coded system with a maximum likelihood (ML) receiver. Meanwhile, compared to minimum mean square error (MMSE) detection, the OMP- and AMP-based detection and decoding receivers significantly reduce computational complexity while achieving a 2 dB decoding performance gain.

**Keywords:** spatial modulation; polar codes; spatiotemporal coding; sparsity; compressed sensing

**Foundation Item(s):** National Natural Science Foundation of China (No.62571134); The 2025 Fuzhou Major Science and Technology "Open Competition" Project (No.2025-ZD-020); Fujian Provincial Special Program for Industry-University-Research Collaboration (No.2024H6013)

## 0 引言

空间调制(Spatial Modulation, SM)技术<sup>[1]</sup>同时利用发射天线索引和调制符号共同传递信息。在每个时隙中,仅有一根发射天线处于激活状态,有效消除信道间干扰,降低天线同步要求。Younis 等人<sup>[2]</sup>提出的广义空间调制(Generalized Spatial Modulation, GSM)通过每时隙激活多个固定发射天线来提升系统容量。而 Zhu 等人<sup>[3]</sup>提出扩展可变天线广义空间调制(Extended Variable-antenna Generalized Spatial Modulation, EV-GSM),在每个时隙选择不同的天线激活传输模式和调制方式,满足不同信道环境的需求。可见空间调制仅有部分天线被激活具备稀疏性。利用这一特征, Garcia-Rodriguez 等人<sup>[4]</sup>将压缩感知(Compressed Sensing, CS)算法应用于空间调制信号检测,降低了检测复杂度。此外,文献[5]提出一种高效的结构化近似消息传递(Structured Approximate Message Passing, StrAMP)检测器,提升了检测效率。

极化码由 Arkan<sup>[6]</sup>于2008年提出,证明能够达到二进制输入离散无记忆信道的对称信道容量,可以有效提升多天线通信系统性能。其译码采用串行抵消(Successive Cancellation, SC)译码<sup>[6]</sup>、连续消除列表(Successive Cancellation List, SCL)<sup>[7]</sup>、循环冗余校验(Cyclic Redundancy Check, CRC)辅助 SCL (CA-SCL)<sup>[8]</sup>。文献[9-12]联合极化码和物理层网络编码(Physical Network Coding, PNC),利用极化码编码和非正交多址接入的特性,将用户码视为一个一维长码的嵌套码,利用单个极化码译码器解出所有用户信息,提升了系统极化效应和译码性能。Dai 等人<sup>[13-14]</sup>构建了一种包含三阶段信道变换的极化码 MIMO (Polar-Coded MIMO, PC-MIMO)系统框架,通过分离检测译码(Separated Detection and Decoding, SDD)达到 MIMO 系统的对称信道容量。最近提出了一种基于大规模 MIMO 系统的时空二维极化编码方案(2D Polar-Code, 2D-PC),可调节时空维度的码长和码率,实现低传输延迟与高可靠性的有效权衡<sup>[15-17]</sup>。在该方案基础上,文献[18]在广义极化理论框架下,构建了极化码空间调制(Polar-Coded Spatial Modulation, PC-SM)的联合编码框架,提出检测译码协同处理的粘连型 SCL 算法。文献[19]在空间调制系统提出了极化辅助的多用户检测和译码方案,构建基于多天线的嵌套极化码实现多用户联合译码。文献[20]进一步研究了极化码广义空间调制(Polar-Coded Generalized Spatial Modulation, PC-GSM)系统,激活多个天线来获得更高的空间效率。

然而,极化码空间调制系统在低时延场景下,其

短码译码性能有待提升,接收端的最大似然(Maximum Likelihood, ML)检测复杂度,换成低复杂度最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)检测性能则损失大<sup>[21]</sup>。因此,本文提出了二维极化码的空间调制系统(2D Polar-Coded Spatial Modulation, 2D-PC-SM),利用大规模天线提供的空间维度,在时域编码基础上引入空域编码。在接收端,本文在 2D-PC-SM 结合压缩感知理论,分别提出了基于索引符号集的正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)检测译码接收机和近似消息传递(Approximate Message Passing, AMP)检测译码。结果表明,2D-PC-SM 方案相较于一维极化码空间调制(1D Polar-Coded Spatial Modulation, 1D-PC-SM)方案译码性能有 4 dB 增益。所提出的 OMP 和 AMP 检测译码复杂度远低于 ML 和 MMSE 接收机,其误比特率(Bit Error Ratio, BER)和误帧率(Frame Error Ratio, FER)比 MMSE 有 2 dB 的性能增益。

## 1 系统模型

### 1.1 系统模型

图 1 展示了 2D-PC-SM 的系统模型,用户配备  $N_t$  根发射天线,基站配备  $N_r$  根接收天线。用户的信源信息  $\mathbf{u}$  分为两部分  $\mathbf{u}=(\bar{\mathbf{u}}, \underline{\mathbf{u}})$ ,其中,  $\bar{\mathbf{u}}$  为天线索引信息,  $\underline{\mathbf{u}}$  为时间域传输的信源信息。 $\mathbf{u}$  经过时域极化编码后生成码字  $\mathbf{C}$ ,将每个时隙生成的时域信息进行空间域编码生成码字矩阵  $\mathbf{X}$ 。矩阵  $\mathbf{X}$  中的比特流按照 SM 方案中每  $\log_2(N_t)+\log_2(M)$  个比特划分后进行映射,其中  $\log_2(N_t)$  位比特用于选择激活天线,  $\log_2(M)$  位比特进行  $M$  阶星座符号调制。码字矩阵经过 SM 映射成发送向量  $\mathbf{b}$  通过发射天线进行信号传输,接收信号可以表示为

$$\mathbf{y}=\mathbf{H}\mathbf{b}+\mathbf{z} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{H}$  表示用户与基站之间的信道系数矩阵;噪声向量  $\mathbf{z}$  中的元素服从复高斯分布。

在接收端,为降低检测计算复杂度,接收机采用联合检测译码架构,对天线激活位置及调制星座符号进行联合估计,生成软判决信息输入极化译码器。在 2D-PC-SM 系统中,译码顺序与时空编码的顺序相反。首先,将接收信号值代入基于压缩感知的检测器检测激活天线序号及星座值,并进行空间域解码获得索引编码软信息  $L^{\text{index}}$  及时域编码软信息  $L^{\text{time}}$ 。其次,将  $L^{\text{index}}$  与  $L^{\text{time}}$  输入时间域译码器进行解码获得原始索引信息与时域信息。

### 1.2 二维极化编码

图 2 进一步展示了二维极化码编码<sup>[15]</sup>的过程。

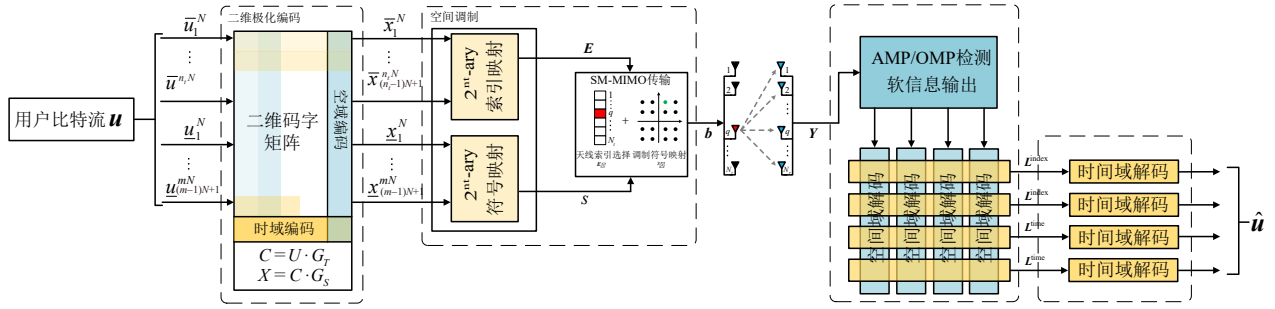


图1 二维极化编码空间调制(2D-PC-SM)系统

Figure 1 Two-dimensional polar-coded spatial modulation (2D-PC-SM) system

假设系统配备  $N_t$  根发射天线, 并采用  $2^q$ -QAM 调制。用户的信息由  $K$  比特信息位和  $N-K$  比特冻结位组成, 表示为向量  $\mathbf{u}=[u_1, u_2, \dots, u_N]$ 。在时间域上, 用户信息被划分为  $S/2$  个独立的比特流, 首先将  $S/2$  个比特流  $\{u_s\}$  通过极化码编码生成  $S/2$  个码字  $\{C_{S/2}^{\text{time}}\}, 1 \leq s \leq S/2$ 。编码码率设为  $R^{\text{time}} = 1/2$ , 编码后的码字矩阵可

表示为

$$C_{S/2}^{\text{time}} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \dots & c_{1,T} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \dots & c_{2,T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{S/2,1} & c_{S/2,2} & \dots & c_{S/2,T} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, 向量由信源信息  $[u_{i,1}, u_{i,2}, \dots, u_{i,T/2}]$  通过时间域编码矩阵  $G_T$  进行极化码编码得到。

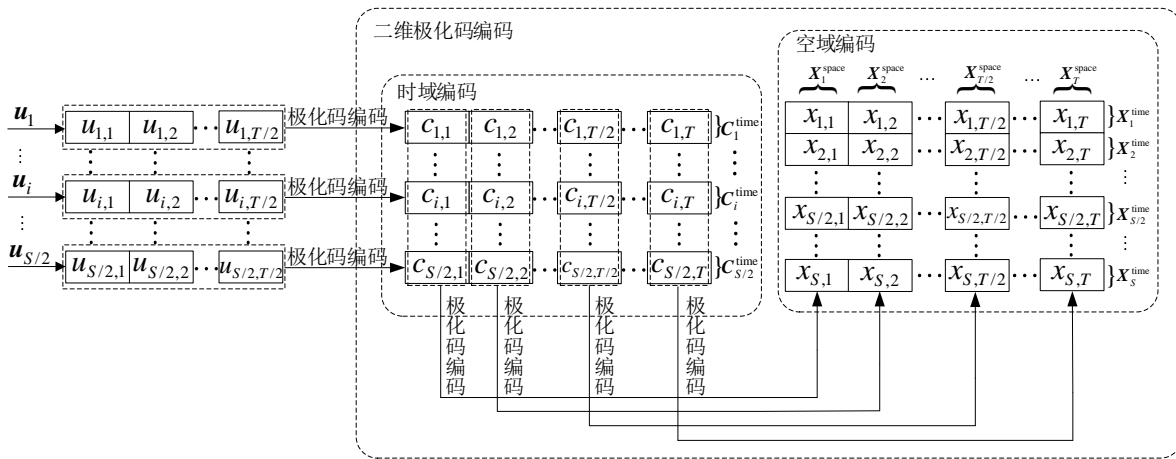


图2 二维极化码编码方案

Figure 2 Two-dimensional polar code encoding scheme

由文献[15]提出的编码方式可得, 时域编码完成后, 利用大规模天线再进行空域编码。具体是编码后的码字矩阵  $C_{S/2}^{\text{time}}$  按列划分为  $T$  个比特流, 对每列进行极化码编码, 设其编码码率为  $R^{\text{space}} = 1/2$ 。时域码字  $\{X^{\text{time}}\}$  个数为  $S$ , 空域码字  $\{X^{\text{space}}\}$  个数为  $T$ 。得到最终二维码字矩阵  $X$  表示为

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,T} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{S,1} & x_{S,2} & \dots & x_{S,T} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, 向量  $[x_{1,1}, x_{2,1}, \dots, x_{S,1}]^T$  由  $[c_{1,1}, c_{2,1}, \dots, c_{S/2,1}]^T$  通过空间域编码矩阵  $G_S$  进行极化码编码得到, 其他列的

编码方式相同。

经过上述时间域和空间域两次极化码编码后, 总码率可表示为  $R^{\text{total}} = R^{\text{time}} \times R^{\text{space}} = 1/4$ 。值得注意的是, 时间域编码和空间域编码的顺序可以互换, 即可以先按列进行空间域编码, 再按行进行时间域编码。二维极化码编码完成后, 根据发送符号阶数及激活天线数量进行传输。例如, 每  $S$  个比特通过一个时隙进行传输, 即对  $[x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{S/2,i}]^T$  通过索引映射, 从  $N_t$  根发送天线中选择一根进行传输, 对  $[x_{S/2+1,i}, x_{S/2+2,i}, \dots, x_{S,i}]^T$  进行  $2^q$ -QAM 调制, 生成调制符号, 并在选定的天线上进行发送。最终, 整个码字经过  $T$  个时隙完成传输。

### 1.3 压缩感知理论

在本文所研究的 2D-PC-SM 系统中,发送端在每个时隙仅激活一根天线进行符号发送,其余天线保持静默,发送的信号在空间维度呈现稀疏结构<sup>[4]</sup>,该系统可以利用压缩感知算法进行信号检测。压缩感知理论的研究涵盖三个核心环节:信号的稀疏建模、测量矩阵的设计以及稀疏信号的重建。其中,稀疏建模构成了压缩感知方法的理论基础。图 3 展示了信号在压缩感知框架下的采样过程。 $N_r \times N_t$  维的观测矩阵  $\mathbf{H}$ , 对长度为  $N_t$  的信号  $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_{N_t}]^T$  进行线性变换, 得到观测向量  $\mathbf{y}$ 。观测向量  $\mathbf{y}$  经过稀疏信号重建算法, 可以得到对原始稀疏信号的估计向量  $\hat{\mathbf{b}}$ 。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r 1} & h_{N_r 2} & \cdots & h_{N_r N_t} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ \vdots \\ b_{N_t} \end{bmatrix}$$

$N_r \times 1$                        $N_r \times N_t$                        $N_t \times 1$

图3 信号的压缩感知采样过程

Figure 3 Compressed sensing sampling process of signals

## 2 联合检测译码接收机设计

在 2D-PC-SM 系统中,每个时隙仅有一根天线激活用于发送信号,具备稀疏特性。基于此,本文引入基于 OMP 和 AMP 的检测算法以降低信号检测复杂度。同时,在检测迭代过程记录最优天线索引和调制符号组合的候选集,提升系统的译码性能。

### 2.1 基于 OMP 检测的二维极化码译码

在本文改进的基于天线索引和调制符号集的 OMP 接收机中,首先使用 OMP 算法逐步构造候选集,并在每次迭代中选择前  $R$  个最有可能的路径来扩展候选集。候选集由两部分组成:天线索引集  $\Gamma^{(t)}$  记录激活天线的索引,调制符号集  $M^{(t)}$  存储在天线索引集上进行最小二乘估计后解调的结果。

在第  $t$  次迭代中,改进后的天线索引集的更新规则如下:

$$\Gamma^{(t+1)} = \Gamma^{(t)} \cup \text{top}_R \left( \arg \max_j \left| \mathbf{H}_j^\dagger \mathbf{r}^{(t)} \right| \right) \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{H}^\dagger$  表示信道矩阵  $\mathbf{H}$  的共轭转置;  $\mathbf{H}_j$  表示信道矩阵  $\mathbf{H}$  的第  $j$  列;  $\mathbf{r}^{(t)}$  是第  $t$  次迭代的残差;  $\text{top}_R(\cdot)$  表示选择具有最大响应值的前  $R$  个天线索引。

根据式(4)的更新规则,第  $t+1$  次迭代中确定激活天线索引候选集  $\Gamma^{(t+1)}$ ,在该候选集所对应的信道

子空间上进行信号估计。接收信号可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}} \mathbf{b} + \mathbf{z} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}}$  是信道矩阵  $\mathbf{H}$  中天线索引集  $\Gamma^{(t+1)}$  对应列构成的子矩阵。

利用最小二乘估计发送信号:

$$\hat{\mathbf{b}}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{b}} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}} \mathbf{b} \right\|_2^2 = \left( \mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}}^\dagger \mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}} \right)^{-1} \mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}}^\dagger \mathbf{y} \quad (6)$$

然后,对估计出的发送信号进行硬判决,并将其映射至二维星座点,以更新调制符号候选集:

$$M^{(t+1)} = M^{(t)} \cup \mathcal{Q}(\cdot) \left( \hat{\mathbf{b}}^{(t+1)} \right) \quad (7)$$

其中,  $\mathcal{Q}(\cdot)$  为基于最小欧氏距离的符号检测函数。

对第  $i$  个比特的 LLR 进行近似计算,基于候选集合  $\Gamma$  和  $M$  的近似后验概率。

对于  $u_i = 0$  有

$$P(\hat{\mathbf{b}}|u_i=0) \propto \sum_{d \in \Gamma, s \in M, u_i=0} \exp \left( - \frac{\| \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{d}\mathbf{s} \|^2}{\sigma^2} \right) \quad (8)$$

对于  $u_i = 1$  有

$$P(\hat{\mathbf{b}}|u_i=1) \propto \sum_{d \in \Gamma, s \in M, u_i=1} \exp \left( - \frac{\| \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{d}\mathbf{s} \|^2}{\sigma^2} \right) \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{d}$  是用户的激活天线索引;  $\mathbf{s}$  是用户发送的星座点符号。结合式(8)和式(9),得到最终 LLR 表达式:

$$\text{LR}(u_i) = \ln \frac{\sum_{d \in \Gamma, s \in M, u_i=0} \exp \left( - \frac{\| \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{d}\mathbf{s} \|^2}{\sigma^2} \right)}{\sum_{d \in \Gamma, s \in M, u_i=1} \exp \left( - \frac{\| \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{d}\mathbf{s} \|^2}{\sigma^2} \right)} \quad (10)$$

在接收端,将每个时隙获得的比特 LLR 组合成软信息向量  $\mathbf{L}^{\text{space}}$ ,输入空间域的  $T$  个软输出译码器进行译码,得到各个比特位置更新后的软信息。根据二维编码的矩阵结构,将这些软信息重新排列映射为时间域码字的软信息序列  $\mathbf{L}^{\text{time}}$ 。将软信息  $\mathbf{L}^{\text{time}}$  输入时间域的  $S$  个译码器,恢复整个传输块的原始信息比特。

完整的改进算法步骤如算法 1 所示。

### 2.2 基于 AMP 检测的二维极化码译码

OMP 检测算法在空间调制系统中容易受到支撑集选择错误难以修正,无法输出高可靠软信息等问题,译码性能受限。为进一步提升检测译码性能,本文结合软信息输出模块引入 AMP 检测译码方法<sup>[22]</sup>。相比 OMP 的贪婪逐次选择策略,AMP 通过迭代消息传递机制并行更新所有候选位置的概率信息,能够有效纠正早期检测错误并输出更准确的软信息。AMP 检测输出的结果作为空间域极化码译码器的软信息输入,经过空间域和时间域两级译码处理,实现二维极化码的译码恢复。

**算法 1 基于索引和符号集的 OMP 联合检测译码接收机**

输入:接收向量  $\mathbf{y}$ , 信道矩阵  $\mathbf{H}$ , 最大迭代次数  $T$ , 误差阈值  $\varepsilon$ , 候选集拓展路径数  $R$ ;

输出:信源信息的估计值  $\hat{\mathbf{u}}$ ;

设定初始残差  $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{y}$ , 天线索引集  $\Gamma_0 = \emptyset$ , 稀疏解  $\hat{\mathbf{b}}^{(0)} = \mathbf{0}$ , 迭代次数  $T$ , 误差阈值  $\varepsilon = 10^{-5}$ ;

WHILE  $t < T$  或  $\|\mathbf{r}^{(t)}\|_2 < \varepsilon$

    计算天线索引更新:  $\lambda^{(t)} = \arg \max_j |\mathbf{H}_j^\dagger \mathbf{r}^{(t)}|$ ;

    更新天线索引集:  $\Gamma^{(t+1)} = \Gamma^{(t)} \cup \text{top}_R(\arg \max_j |\mathbf{H}_j^\dagger \mathbf{r}^{(t)}|)$ ;

    计算稀疏解:  $\hat{\mathbf{b}}^{(t+1)} = (\mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}}^\dagger \mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}})^{-1} \mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}}^\dagger \mathbf{y}$ ;

    进行硬判决并映射至星座点:  $M^{(t+1)} = M^{(t)} \cup \mathcal{Q}(\hat{\mathbf{b}}^{(t+1)})$ ;

    更新残差:  $\mathbf{r}^{(t+1)} = \mathbf{y} - \mathbf{H}_{\Gamma^{(t+1)}} \hat{\mathbf{b}}^{(t+1)}$ ;

    迭代计数加一:  $t = t + 1$ ;

END

FOR 每个比特  $u_i$

    根据式(8)和式(9)计算后验概率;

    根据式(10)计算 LLR 值;

END

将每列 LLR 向量  $\mathbf{L}^{\text{space}}$  输入到  $T$  个空间域译码器, 得到每列比特的后验 LLR 并映射回二维码字矩阵。

将得到的 LLR 按行重组, 得到时域编码的 LLR 向量;

将 LLR 向量  $\mathbf{L}^{\text{time}}$  输入到  $S$  个时间域译码器, 输出所有行的译码结果作为原始信息比特估计输出。

结束。

AMP 的迭代更新公式可写为

$$\mathbf{r}^{(t)} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{b}}^{(t)} + \frac{1}{\alpha} \mathbf{r}^{(t-1)} \left\langle \eta'_{t-1} \left( \hat{\mathbf{b}}^{(t-1)} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{r}^{(t-1)} \right) \right\rangle \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{b}}^{(t+1)} = \eta_t \left( \hat{\mathbf{b}}^{(t)} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{r}^{(t)} \right) \quad (12)$$

其中,  $\alpha = M/N$  衡量了观测矩阵  $\mathbf{H}$  的压缩比。当  $\|\hat{\mathbf{b}}^{(t+1)} - \hat{\mathbf{b}}^{(t)}\|$  低于预设阈值或达到最大迭代次数时终止迭代。最终恢复的  $\hat{\mathbf{b}}$  中的非零位置对应各用户激活的天线, 非零值映射为调制符号。

对于第  $i$  个比特  $u_i$ , 需要计算其后验概率, 可以通过对所有可能的符号组合进行求和来计算。具体公式如下。

对于  $u_i = 0$  有

$$P(\hat{\mathbf{b}}|u_i = 0) \propto \sum_{\mathbf{d} \in \mathcal{D}, \mathbf{s} \in \mathcal{S}, u_i = 0} \exp \left( -\frac{\|\hat{\mathbf{b}} - \mathbf{d}\mathbf{s}\|^2}{\sigma^2} \right) \quad (13)$$

对于  $u_i = 1$  有

$$P(\hat{\mathbf{b}}|u_i = 1) \propto \sum_{\mathbf{d} \in \mathcal{D}, \mathbf{s} \in \mathcal{S}, u_i = 1} \exp \left( -\frac{\|\hat{\mathbf{b}} - \mathbf{d}\mathbf{s}\|^2}{\sigma^2} \right) \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{d}$  和  $\mathbf{s}$  是可能的发送天线索引和符号向量;  $\hat{\mathbf{b}}$  是通过 AMP 检测得到发射向量的估计值;  $\sigma^2$  是噪声的方差。根据式(13)和式(14), 最终的 LLR 计算可以

表示为

$$\text{LR}(u_i) = \ln \frac{\sum_{\mathbf{d} \in \mathcal{D}, \mathbf{s} \in \mathcal{S}, u_i = 0} \exp \left( -\frac{\|\hat{\mathbf{b}} - \mathbf{d}\mathbf{s}\|^2}{\sigma^2} \right)}{\sum_{\mathbf{d} \in \mathcal{D}, \mathbf{s} \in \mathcal{S}, u_i = 1} \exp \left( -\frac{\|\hat{\mathbf{b}} - \mathbf{d}\mathbf{s}\|^2}{\sigma^2} \right)} \quad (15)$$

这些 LLR 构成了空间域极化码译码器的软信息向量  $\mathbf{L}^{\text{space}}$ 。在空间域中逐列进行译码, 得到各个比特位置更新后的 LLR。将这些软信息输出并根据二维编码的矩阵结构重新排列, 形成时间域码字对应的软信息  $\mathbf{L}^{\text{time}}$ 。随后将  $\mathbf{L}^{\text{time}}$  输入时间域译码器进行译码, 恢复原始发送信息。

基于 AMP 的联合检测译码接收机算法如算法 2 所示。

**算法 2 基于 AMP 的联合检测译码接收机**

输入:接收向量  $\mathbf{y}$ , 信道矩阵  $\mathbf{H}$ , 最大迭代次数  $T$ , 误差阈值  $\varepsilon$ ;

输出:信源信息的估计值  $\hat{\mathbf{u}}$ ;

设定初始残差  $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{y}$ , 稀疏解  $\hat{\mathbf{b}}^{(0)} = \mathbf{0}$ , 计算  $\alpha = N_r/N_t$ ;

WHILE  $t < T$  或  $\|\mathbf{r}^{(t)}\|_2 < \varepsilon$

    软阈值处理:  $\hat{\mathbf{b}}^{(t+1)} = \eta_t (\hat{\mathbf{b}}^{(t)} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{r}^{(t)})$ ;

    计算新的残差:  $\mathbf{r}^{(t)} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{b}}^{(t)} + \frac{1}{\alpha} \mathbf{r}^{(t-1)} \left\langle \eta'_{t-1} \left( \hat{\mathbf{b}}^{(t-1)} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{r}^{(t-1)} \right) \right\rangle$ ;

    迭代计数加一:  $t = t + 1$ ;

END

FOR 每个比特  $u_i$

    根据式(13)和式(14)计算后验概率;

    根据式(15)计算 LLR 值;

END

将每列 LLR 向量  $\mathbf{L}^{\text{space}}$  输入到  $T$  个空间域译码器, 得到每列比特的后验 LLR 并映射回二维码字矩阵。

将得到的 LLR 按行重组, 得到时域编码的 LLR 向量;

将 LLR 向量  $\mathbf{L}^{\text{time}}$  输入到  $S$  个时间域译码器, 最终输出所有行的译码结果作为原始信息比特估计输出。

结束。

**2.3 复杂度分析**

本小节对接收机的复杂度进行了量化分析, 重点讨论了 ML、MMSE、OMP 和 AMP 接收机在 2D-PC-SM 系统检测中的计算复杂度。

(1) 对于 2D-PC-SM 系统, ML 检测算法通过穷举所有可能的符号点与天线组合, 调制阶数和激活天线数呈指数增长, 所需计算复杂度为

$$C_{\text{ML}} = (12N_r + 5) \times (MN_t) \quad (16)$$

(2) MMSE 算法的检测过程分为两步, 首先估计激活天线, 其复杂度在于矩阵求逆的过程, 本文以 Cholesky 分解为例进行分析, 采用 Cholesky 分解求逆矩阵的 MMSE 检测算法所需计算复杂度为

$$C_{\text{MMSE}} = 4N_i^2 N_r + \frac{4}{3} N_i^3 + 8N_i N_r + 11N_i^2 + (12N_r + 5)M \quad (17)$$

(3) 在 OMP 检测算法中, 计算残差  $r$  与测量矩阵  $H$  的列相关性需要进行  $8N_i N_r - 2N_i$  次运算。设第  $t$  轮迭代时, 已选的子矩阵  $H_t$  维度为  $N_r \times t$ , 由式(6)计算矩阵乘法  $H_t^\dagger H_t$  需要  $8N_r t^2 - 2t^2$  次运算, 采用 Cholesky 分解求逆矩阵需要  $(8/3)t^3$  次运算, 矩阵与向量乘法  $H_t^\dagger r$  需要  $8N_r t - 2t$  次运算。LLR 计算需要进行  $8R^2$  次运算, 执行  $T$  次迭代的 OMP 检测的整体计算复杂度为

$$C_{\text{OMP}} = (8N_i N_r - 2N_i) + \sum_{t=1}^T \left( 8N_r t^2 - 2t^2 + 8N_r t - 2t + \frac{8}{3} t^3 \right) + 8R^2 \quad (18)$$

(4) 根据式(11)可得, AMP 算法每次迭代需要更新符号估计  $\hat{b}^{(t+1)} = \eta_t(\hat{b}^{(t)} + H^\dagger r^{(t)})$ , 其中矩阵乘法  $H^\dagger r^{(t-1)}$  和向量加法  $\hat{b}^{(t-1)} + H^\dagger r^{(t-1)}$  共需要  $8N_i N_r + 6N_i$  次运算。计算新的残差时, 矩阵与向量的乘法  $H\hat{b}^{(t)}$  和  $H^\dagger r^{(t-1)}$  需要进行  $8N_i N_r - 2N_i$  次计算, 整体更新残差的计算需要  $6N_r$  次运算。执行  $T$  轮迭代后的总计算量为  $T(16N_r N_i + 4N_i + 6N_r)$  次。LLR 计算需要进行  $6 \times (N_i M)$  次运算。AMP 检测的整体计算复杂度为

$$C_{\text{AMP}} = T(16N_r N_i + 4N_i + 6N_r) + 6 \times (N_i M) \quad (19)$$

表 1 展示了不同接收机方案在检测部分的计算复杂度对比。AMP 接收机迭代次数  $\text{iter}$  设置为 8 次。ML 算法能够提供最优的检测性能, 但其计算复杂度极高, 运算次数约为  $10^7$  量级, 不具备实际可行性。OMP 检测算法通过引入天线索引和符号索引集, 相比于 MMSE 算法降低了 LLR 计算所需的运算量, 是所有方案中计算开销最低的。AMP 算法的计算复杂度介于 MMSE 和 OMP 算法之间, 远低于 ML 算法, 能够在较低复杂度下接近 ML 算法的误码率性能, 在高信噪比条件下表现优越, 实现复杂度与检测性能的平衡。

表 1 2D-PC-SM 系统接收机检测算法复杂度

Table 1 Complexity of receiver detection algorithms for 2D-PC-SM systems

| 接收机检测算法 | 复杂度                                  | 运算次数               |
|---------|--------------------------------------|--------------------|
| ML      | $O(M \cdot N_i \cdot N_r)$           | $1.98 \times 10^7$ |
| MMSE    | $O(N_i^3)$                           | $1.03 \times 10^6$ |
| OMP     | $O(N_i \cdot N_r)$                   | $5.03 \times 10^3$ |
| AMP     | $O(\text{iter} \cdot N_i \cdot N_r)$ | $4.87 \times 10^5$ |

在前文中, 比较了 2D-PC-SM 系统中检测算法的复杂度。接下来, 分析 1D-PC-SM 和 2D-PC-SM 的译码计算复杂度。在 1D-PC-SM 中, 由于仅在时间域进行编码, 整个译码过程集中于时间域的极化码译码器。假设码字长度为  $N = N^{\text{time}} N^{\text{space}}$ , 其中  $N^{\text{time}}$  为时间域码字长度,  $N^{\text{space}}$  为空间域码字长度。采用 SC 译码

器, 1D-PC-SM 方案的译码计算复杂度<sup>[23]</sup>为  $O((N^{\text{time}} N^{\text{space}}) \log(N^{\text{time}} N^{\text{space}}))$ 。

在 2D-PC-SM 中, 空间域码字长度为  $N^{\text{space}}$ , 时间域码字长度为  $N^{\text{time}}$ , 译码分为两个阶段, 先译码  $N^{\text{time}}$  个空间域码字, 译码计算复杂度为  $O(N^{\text{time}} \cdot N^{\text{space}} \log N^{\text{space}})$ , 再译  $N^{\text{space}}$  个时间域码字, 译码计算复杂度为  $O(N^{\text{space}} \cdot N^{\text{time}} \log N^{\text{time}})$ 。

因此, 2D-PC-SM 方案的译码计算复杂度为  $O(N^{\text{time}} \cdot N^{\text{space}} \log N^{\text{space}} + N^{\text{space}} \cdot N^{\text{time}} \log N^{\text{time}})$ , 最后化简为  $O((N^{\text{time}} N^{\text{space}}) \log(N^{\text{time}} N^{\text{space}}))$ 。

1D-PC-SM 和 2D-PC-SM 方案的译码计算复杂度等价, 说明 2D-PC-SM 方案通过引入空间域编码带来的性能增益, 并未额外增加译码计算复杂度。

### 3 仿真实验

本文首先对 2D-PC-SM 系统与 1D-PC-SM 系统进行了比较。接着, 详细分析了本文提出的基于 OMP 和 AMP 联合检测译码接收机在 2D-PC-SM 系统中的 BER 和 FER 性能。为了确保各方案之间的公平比较, 发射端均采用基于 Monte-Carlo 的码字构造方式来选择最合适的信息位和冻结位配置。

图 4 展示了 SM 系统中在不同码长下不同检测方案的仿真结果。用户配置了 16 根发射天线, 基站配置了 32 根接收天线, 采用 16QAM 调制方式。为保持公平性, 1D-PC-SM 和 2D-PC-SM 系统总码率保持相同设为  $1/4$ , 其中时域和空间域的码率均设为  $1/2$  (即  $R^{\text{total}} = R^{\text{time}} \times R^{\text{space}} = 1/4$ )。在 ML 检测方案下, 2D-PC-SM-ML 在 FER 为  $10^{-3}$  时, 相较于 1D-PC-SM-ML 实现了约 4 dB 的性能提升。对于不同的检测方案, 2D-PC-SM 系统的性能均优于 1D-PC-SM 系统。

进一步评估本文所提出的基于 OMP 与 AMP 接收机在 2D-PC-SM 系统中的检测性能, 对比不同码长下的性能表明, 在 FER 为  $10^{-3}$  时, 二者相较文献[15]中使用的 MMSE 检测方法有 2 dB 以上的性能增益。此外, AMP 在检测过程中充分利用信道统计特性和软信息迭代机制, 在 FER 为  $10^{-5}$  时, 2D-PC-SM-AMP 相比于 2D-PC-SM-OMP 有 2 dB 的性能增益。

图 5 展示了四用户 PC-SM 系统的仿真结果。该系统的每个用户配置 8 根发送天线, 接收端配置 32 根天线, 并采用 BPSK 调制方式。极化码总码率为  $1/4$ , 码长为 32。仿真结果表明, 在 ML 检测方案下, 2D-PC-SM-ML 在 FER 为  $10^{-3}$  时较 1D-PC-SM-ML 仍维持 4 dB 的信噪比增益, 验证了二维极化码在多用户 SM 系统下的有效性。

然而, 在四用户系统中, 采用 AMP 检测译码的二维系统(2D-PC-SM-AMP)相比于 OMP 检测译码方案

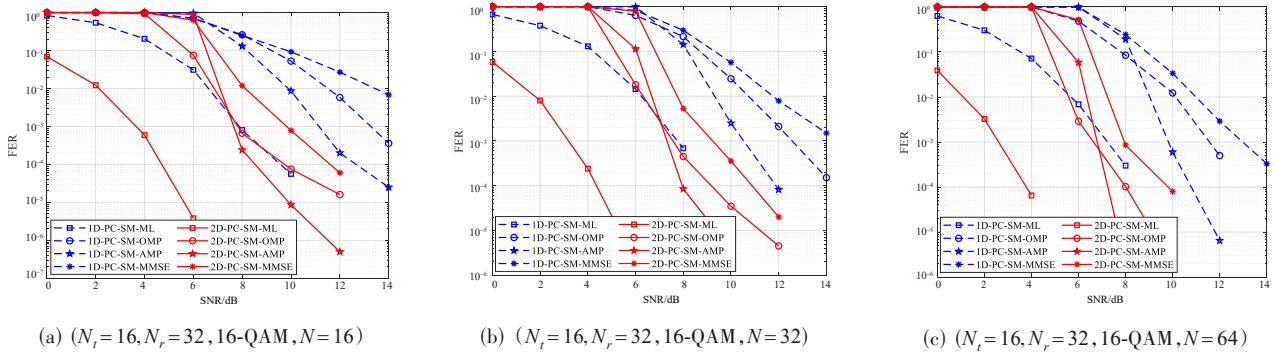


图4 1D-PC-SM与2D-PC-SM不同码长下系统性能对比曲线

Figure 4 Performance comparison curves of 1D-PC-SM and 2D-PC-SM systems with different code lengths

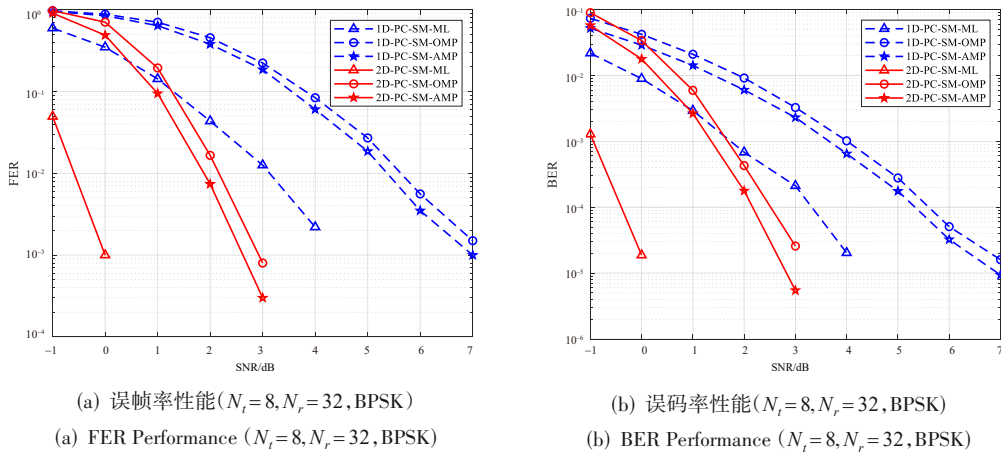


图5 四用户1D-PC-SM与2D-PC-SM系统性能对比曲线

Figure 5 Performance comparison curves of four-user 1D-PC-SM and 2D-PC-SM systems

(2D-PC-SM-OMP),在相同误帧率下的性能增益不足0.5 dB。这一现象的主要原因在于,四用户系统中的信道矩阵 $\mathbf{H}$ 近似于一个方阵,满秩特性削弱了AMP算法所依赖的稀疏性假设,在这种情况下OMP检测仍可稳定运行。同时,信道的正交性增强有助于降低OMP算法中因贪心算法引发的误差传播,使其在高噪声下的表现接近AMP。

图6展示了在2D-PC-SM系统中,保持总码率相同,空间域设置不同码率进行极化编码对系统性能的影响。收发天线数和调制阶数的设置与图4保持一致。采用AMP和OMP检测,当码率设置为 $R_t=3/4, R_s=1/2$ 时,系统的FER性能优于码率设置为 $R_t=1/2, R_s=3/4$ 的情况,且在FER为 $10^{-3}$ 时性能提高了超过1 dB。这个结果表明,空间域码率对2D-PC-SM系统性能的影响较大,降低空间域编码的码率能够有效提升系统的整体性能。

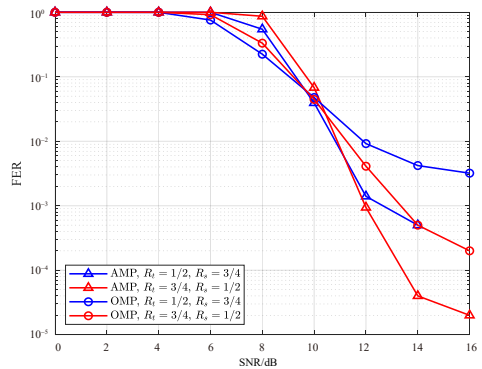


图6 不同 $R_s$ 下2D-PC-SM系统的误帧率性能

Figure 6 FER performance of 2D-PC-SM systems with different  $R_s$

### 4 结论

本文针对空间调制短码系统译码性能受限的问题,构建了二维极化空时编码空间调制2D-PC-SM系统。在该系统中,信息在时域与空域联合编码,接收

端利用空时符号的稀疏特性,设计了基于OMP与AMP的检测译码接收机。仿真结果表明,与传统MMSE检测相比,所提接收机在显著降低计算复杂度的同时实现了约2 dB的性能增益。同时,2D-PC-SM-AMP的译码性能接近于ML接收机的一维编码系统。因此,所提出的2D-PC-SM方案在复杂度与性能之间实现了良好的平衡,为空间调制短码系统的优化提供了一条有效途径。

#### 参考文献

- [1] Mesleh R, Haas H, Ahn C W, et al. Spatial modulation - a new low complexity spectral efficiency enhancing technique[C]//2006 First International Conference on Communications and Networking in China. Piscataway: IEEE, 2006: 344658.
- [2] Younis A, Serafimovski N, Mesleh R, et al. Generalised spatial modulation[C]//2010 Conference Record of the Forty Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Piscataway: IEEE, 2010: 1498-1502.
- [3] Zhu F F, Hai H, Peng Y Y, et al. Extended variable active antenna generalized spatial modulation[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2024, 13(2): 265-269.
- [4] Garcia-Rodriguez A, Masouros C. Low-complexity compressive sensing detection for spatial modulation in large-scale multiple access channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(7): 2565-2579.
- [5] Meng X M, Wu S, Kuang L L, et al. Multi-user detection for spatial modulation via structured approximate message passing[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(8): 1527-1530.
- [6] Arikan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073.
- [7] Tal I, Vardy A. List decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(5): 2213-2226.
- [8] Niu K, Chen K. CRC-aided decoding of polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(10): 1668-1671.
- [9] Xie Z P, Chen P P, Li Y. Joint design of polar coding and physical network coding for two-user downlink non-orthogonal multiple access[J]. Entropy, 2023, 25(2): 233.
- [10] Xie Z P, Chen P P, Fang Y, et al. Polarization-aided coding for nonorthogonal multiple access[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2024, 11(17): 27894-27903.
- [11] Qiu Y P, Xie Z P, Kang P, et al. Polar-coded Gaussian multiple-access channels with physical-layer network coding[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2024, 73(6): 9083-9087.
- [12] Xie Z P, Chen P P, Chen R Q, et al. Polar coded modulation operated with physical network coding[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 997-1001.
- [13] Dai J C, Niu K, Lin J R. Polar-coded MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(7): 6170-6184.
- [14] Zhou H Y, Zheng J, Yang M H, et al. Low-complexity sphere decoding for polar-coded MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(5): 6810-6815.
- [15] You X H, Zhang C, Sheng B, et al. Spatiotemporal 2-D channel coding for very low latency reliable MIMO transmission[C]//2022 IEEE Globecom Workshops. Piscataway: IEEE, 2022: 473-479.
- [16] You X H. Shannon theory and future 6G's technique potentials[J]. Scientia Sinica Informationis, 2020, 50(9): 1377.
- [17] You X H, Sheng B, Huang Y M, et al. Closed-form approximation for performance bound of finite blocklength massive MIMO transmission[J]. IEEE Transactions on Communications, 2023, 71(12): 6939-6951.
- [18] Dai J C, Niu K, Si Z W, et al. Polar-coded spatial modulation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 2203-2217.
- [19] Xie Z P, Wang Y P, Xu Y H, et al. Polarization-aided multi-user spatial modulation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2025, 74(8): 12148-12159.
- [20] Chen J J, Peng F Z, Chen X, et al. A joint design of polar coding and generalised spatial modulation[C]//2022 IEEE/CIC International Conference on Communications in China. Piscataway: IEEE, 2022: 778-783.
- [21] Lu L Y, Xiao Y, Zhang S J. MMSE space-time multi-user detection in MIMO-OFDM system[C]//2008 9th International Conference on Signal Processing. Piscataway: IEEE, 2008: 1884-1887.
- [22] Donoho D L, Maleki A, Montanari A. Message passing algorithms for compressed sensing: I. motivation and construction[C]//2010 IEEE Information Theory Workshop on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2010: 5503193.
- [23] 李俊毅, 邢莉娟, 李卓. 奇偶校验极化码的快速串行抵消列表译码算法[J]. 电子学报, 2025, 53(7): 2210-2221.  
Li Junyi, Xing Lijuan, Li Zhuo. The fast successive cancellation list decoding algorithm for parity-check polar codes[J]. Acta Electronica Sinica, 2025, 53(7): 2210-2221. (in Chinese)

## 作者简介



**周新宇** 男,2000年5月出生于福建省宁德市。现为福州大学物理与信息工程学院硕士研究生。主要研究方向为极化码编译码与无线通信。  
E-mail: zxy15259053685@163.com



**蔡相明** 男,1995年1月出生于福建省南平市。现为福州大学物理与信息工程学院副教授、硕士生导师。主要研究方向为隐蔽水声通信、混沌水声通信、非相干混沌通信、混沌保密/隐蔽通信的基础理论与应用。  
E-mail: xiangming.cai@fzu.edu.cn



**王远平** 男,1999年5月出生于福建省福州市。2021年获得福州大学电子与信息工程学士学位。2025年获得福州大学新一代电子信息技术硕士学位。主要研究方向为极化码、空间调制与无线通信。  
E-mail: wyp\_yuanping@163.com



**柯跃前** 男,1966年6月出生于福建省泉州市。现为泉州师范学院教授、高级工程师。主要研究方向为测控技术、应用物理。  
E-mail: yueqianke@126.com



**丘毓萍** 女,1999年10月出生于福建省龙岩市。现为福州大学物理与信息工程学院信息与通信工程博士研究生。主要研究方向为多址接入、信道编码等。中国电子学会会员编号: E190130947A。  
E-mail: yuping\_qiu\_fzu@163.com



**陈平平** 男,1986年12月出生于福建省泉州市。现为福州大学物理与信息工程学院教授。主要研究方向为信道编码、无线通信。中国电子学会会员编号: E190021215M。  
E-mail: ppchen.xm@gmail.com



**谢肇鹏** 男,1995年7月出生于福建省泉州市。于2023年获福州大学通信与信息系统专业博士学位,现为福州大学先进制造学院讲师。主要研究方向为联合信源信道编码、无线通信信号处理、信道编码及物理层网络编码。  
E-mail: xzp\_fzu@163.com